Наклонное поперечное магнитное поле

В простейшем случае, когда стенки, ограничивающие стационарное равномерное плоскопараллельное течение, являются непроводящими, эта задача была решена Гартманом в 1937 году. Было выявлено, что в каналах прямоугольного сечения образуются сдвиговые слои, которые впоследствии стали называть гартмановскими. Эти слои образуются как у стенок, нормальных приложенному полю, так и параллельных к нему. В настоящее время имеется ряд частных случаев, довольно обстоятельно изученных на основе аналитических решений и численных исследований. Некоторые из них детально изложены в работах [1,2]. Однако решение задачи при произвольной ориентации поперечного магнитного поля к сторонам сечения и произвольном сочетании проводимости стенок пока мало исследовано [3,4]. В этих работах рассмотрено ламинарные магнитогидродинамические течения, работ же посвященных турбулентному течению в таких каналах не имеется. Предлагается модель турбулентного течения проводящей жидкости в канале при наличии наклонного поперечного магнитного поля.

$$u_1 u_2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + u_1 u_3 \frac{\partial U_1}{\partial x_3} + \frac{k\sqrt{E}}{2l}\left(u_1^2 - \frac{2}{3}E\right) + \frac{c}{3}\frac{E^{3/2}}{l} + N u_1^2 = 0,$$

$$\frac{c}{3}\frac{E^{3/2}}{l} + \frac{k\sqrt{E}}{2l}\left(u_2^2 - \frac{2}{3}E\right) + N u_2^2 \sin\alpha = 0,$$

$$\frac{c}{3}\frac{E^{3/2}}{l} + \frac{k\sqrt{E}}{2l}\left(u_3^2 - \frac{2}{3}E\right) + N u_3^2 \cos\alpha = 0,$$

$$u_2^2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \frac{k\sqrt{E}}{l} u_1 u_2 + N u_1 u_2 \sin\alpha = 0,$$

$$u_3^2 \frac{\partial U_1}{\partial x_3} + \frac{k\sqrt{E}}{l} u_1 u_3 + N u_1 u_3 \cos\alpha = 0,$$

$$u_2 u_3 = 0.$$

Решение системы находится для угла 45 градусов, так как нахождение решения для произвольного угла встречает определенные трудности в нахождении Ψ.

Как и прежде решение системы запишем в виде двух сомножителей. Первый из них с индексом “0” обозначает соответствующую величину для однородной среды. Второй сомножитель Ω_i учитывает влияние магнитного поля на течение и является функцией числа Стюарта St :

$$E = E_0 \psi^2, \quad u_1^2 = \left(u_1^2\right)_0 \cdot \Omega_1, \quad u_2^2 = \left(u_2^2\right)_0 \cdot \Omega_2, \quad u_3^2 = \left(u_3^2\right)_0 \cdot \Omega_3,$$

$$u_1 u_2 = \left(u_1 u_2\right)_0 \cdot \Omega_4, \quad u_1 u_3 = \left(u_1 u_3\right)_0 \cdot \Omega_5,$$

где

$$E_0 = \frac{1}{c^{2/3}} l^2 \left(\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2 \right)$$

$$(u_1^2)_0 = 2l^2 \left(\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2 \right),$$

$$(u_2^2)_0 = l^2\left(\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2\right)$$

$$(u_3^2)_0 = l^2\left(\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2\right)$$

$$(-u_1u_2)_0 = l^2\sqrt{\left(\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2\right)}\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)$$

$$(-u_1u_3)_0 = l^2\sqrt{\left(\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)^2\right)}\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_3}\right)$$

$$\Omega_1 = \frac{\psi^2}{c^{2/3}} - \frac{\psi^3}{\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\psi + \sqrt{2}\frac{1}{\alpha}St},$$

$$\Omega_2 = \Omega_3 = \frac{\psi^3}{\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\psi + \sqrt{2}\frac{1}{\alpha}St}$$

$$\Omega_4 = \Omega_5 = \frac{\psi^3}{\left(\psi\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \sqrt{2}\frac{1}{\alpha}St\right)\left(\psi\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{\alpha}St\right)},$$

$$\psi = \left(-\frac{\delta}{2} + \sqrt{\Theta}\right)^{1/3} + \left(-\frac{\delta}{2} - \sqrt{\Theta}\right)^{1/3} - St\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{2}{3}\frac{1}{c^{2/3}} - \frac{2}{3}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{\alpha}\right),$$

$$\Theta = \left(\frac{\eta}{3}\right)^3 + \left(\frac{\delta}{2}\right)^2, \qquad \delta = 2\left(\frac{\theta}{3}\right)^3 - \frac{\theta}{3}\gamma + \zeta,$$

$$\eta = -\frac{\theta^3}{3} + \gamma,$$

$$\theta = St\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + 2\frac{1}{c^{2/3}} - 2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{\alpha}\right),$$

$$\gamma = -1 + St^2\left(\frac{1}{\alpha} + 3\sqrt{2}\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\frac{1}{c^{2/3}} - \sqrt{2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right),$$

$$\zeta = 2\frac{1}{\alpha}\frac{1}{c^{2/3}}St^3.$$